DPSO を用いた多目的最適化手法に基づくグループ編成問題の解法

Solution to the Group Organization Problem Based on Multi-Objective Optimization Technique Using DPSO

印南 信男（近畿職業能力開発大学校）
Michio Innami

The group organization problem is a combinatorial optimization problem. This paper attempts to explore the solutions to the problems. The following case is treated：Students are to be allocated to groups of which the subjects are shown in advance. The conditions are that they ought to be assigned to their groups as preferable as possible, and that their abilities should be almost in equilibrium among groups. It is a multi-objective problem, which is rather difficult to solve manually.

The conception of Pareto optimal solutions is used to treat multi-objective problems. One of the techniques to solve that kind of problems is MOPSO (Multi-Objective Particle Swarm Optimization). This study tries to search the quasi-optimal solutions to the group organization problem, using MOPSO. The effect of applying MOPSO originally intended for continuous optimization problems to the above case is considered.

キーワード：MOPSO, DPSO, Pareto optimal solution, Meta heuristics, Combinatorial optimization problem

1. はじめに

大学などでは、グループ単位での実習がしばしば行われている。あらかじめグループ毎に異なる実習テーマが設定されている場合には、学生に配属希望調査を行った上で、なるべくその意向に沿った配属となるように配慮した編成を行うことがある。現実にはすべての学生を第1 希望のグループに配属させることはほぼ不可能となるため、各グループへの希望順位を調査の上、全体として見た場合に最適と思われる配属となるような組合せが求められる。さらに、グループ間の学生の実力にできるだけ差を生じさせないなどの、希望調査とは別の観点からの配慮も必要となる場合が多い。

このように複数の条件の下で最適な組合せを見出すことは多目的組合せ最適化問題となり、一般に手作業で適切な解を見つけることは非常に困難となる。

目的関数が複数存在する場合、それらのすべてが同時に最適値をとるような解は一般に得ることができない。このような場合、パレート最適解の概念が用いられる。

組合せ最適化問題の解法としては、遺伝的アルゴリズムに代表されるようなメタヒューリスティクスの手法が有名である。一方、連続最適化問題を対象とする粒子群最適化(Particle Swarm Optimization : PSO)は、近年注目されている手法である [1)-4)]。本手法は組合せ最適化問題を対象とする Discrete PSO(DPSO)に発展した [5)]。PSO は多目的問題にも応用され、多目的粒子群最適化(Multi-Objective PSO : MOPSO)として、さまざまな手法が提案されている [6)-10)]。その中で Coello らは目的関数空間を複数のハイパーキューブに分割することにより、解の多様性を保つ工夫を行っている [7)]。本研究では、グループ編成問題に対し多目的連続最適化問題を対象とする Coello らの手法を適用してパレート最適解の探索を試みる。適用を容易にするため、新たな DPSO の手法を提案する。実際の問題について本手法による試行を行い、その有効性を検証する。

2. 多目的最適化問題

2.1. 多目的最適化問題の定式化

k 個の目的関数を最小化する多目的最適化問題は、以下のように表すことができる。

$$\text{Minimize} \quad \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = (F_1(\boldsymbol{x}), F_2(\boldsymbol{x}), \cdots, F_k(\boldsymbol{x})) \qquad (1)$$

$$\text{Subject to} \quad G_j(\boldsymbol{x}) \le 0 \quad j = 1, 2, \cdots, m \qquad (2)$$

ここで $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$ は目的関数ベクトル、$G_j(\boldsymbol{x})$ は制約条件を表す関数、$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n) \in \mathcal{F}$ は設計変数ベクトルである。$\mathcal{F}$ は実行可能領域である。

2.2. パレート最適解

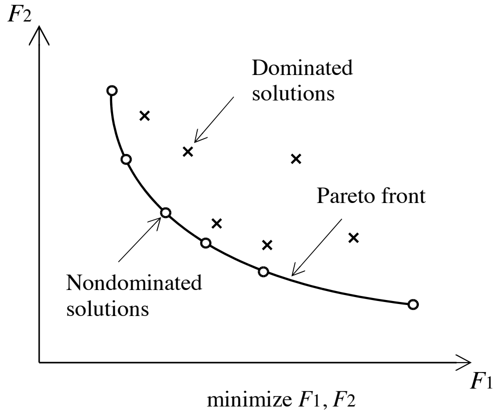


図 1　パレート最適解

$\boldsymbol{x}^1, \boldsymbol{x}^2 \in \mathscr{F}$ に対し

$$F_i(\boldsymbol{x}^1) \le F_i(\boldsymbol{x}^2) \quad \forall i \in \{1,2,\cdots,k\} \tag{3}$$

が成り立つ場合、$\boldsymbol{x}^1$ は $\boldsymbol{x}^2$ に優越するという [11]。このとき $\boldsymbol{x}^1$ を非劣解、$\boldsymbol{x}^2$ を劣解と呼ぶ。$\boldsymbol{x}^1$ に優越する $\boldsymbol{x} \in \mathscr{F}$ が存在しない場合、$\boldsymbol{x}^1$ はパレート最適解となる。パレート最適解の集合がパレートフロントである。図 1 に非劣解(○)、劣解(×)、パレートフロントの関係を示す。

3. DPSO の多目的問題への応用

3.1．PSO

PSO は鳥や魚などの群の行動をモデルとして、1995 年に提案されたメタヒューリスティクスの手法である。アルゴリズムが比較的単純で、解の収束性に優れるという特徴を有する。

集団を構成する粒子(個体)は、解空間において初期座標と初期速度をランダムに与えられる。各粒子の座標は連続値をとり、設計変数として用いられる。イテレーション毎に、座標は以下のように更新される。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_i^{k+1} &= w\boldsymbol{v}_i^k + c_1 r_1(\boldsymbol{pbest}_i - \boldsymbol{x}_i^k)\\ &\quad + c_2 r_2(\boldsymbol{gbest} - \boldsymbol{x}_i^k)\end{aligned} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{x}_i^{k+1} = \boldsymbol{x}_i^k + \boldsymbol{v}_i^{k+1} \tag{5}$$

ここで、$\boldsymbol{x}_i^k, \boldsymbol{v}_i^k$ はそれぞれ k イテレーション目における粒子 i の座標ベクトル、速度ベクトルであり、w, c_1, c_2 は定数、r_1, r_2 は 0 から 1 までの範囲の一様乱数である。$\boldsymbol{pbest}_i$ は粒子 i の移動履歴中の最良解、$\boldsymbol{gbest}$ は全粒子の移動履歴中の最良解である。探索はイテレーションがあらかじめ設定された回数に達するまで繰り返される。

3.2．DPSO

$\boldsymbol{x}_i^k$ の各成分は、PSO では連続値をとるのに対し、一般に DPSO では 0、1 のいずれかの値をとる。$\boldsymbol{x}_i^{k+1}$ を得るためには、式(5)の代わりに以下に示す式(6)が用いられる。

$$x_{i,j}^{k+1} = \begin{cases} 1 & \text{if } \rho < S(v_{i,j}^{k+1}) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{6}$$

ここで、$x_{i,j}^{k+1}$、$v_{i,j}^{k+1}$ はそれぞれ $\boldsymbol{x}_i^{k+1}$、$\boldsymbol{v}_i^{k+1}$ の j 番目の座標成分($1 \le j \le n$)、ρ は 0 から 1 までの範囲の一様乱数である。また $S(v_{i,j}^{k+1})$ は式(7)によって与えられるシグモイド関数である。

$$S(v_{i,j}^{k+1}) = \frac{1}{1+\exp(v_{i,j}^{k+1})} \tag{7}$$

3.2.1.　本研究で提案する DPSO

設計変数の j 番目の成分が n_{j1} 以上 n_{j2} 以下の整数値をとるものとする。このとき式(4)、(5)の $\boldsymbol{x}_i^k$、$\boldsymbol{x}_i^{k+1}$ の第 j 成分は、区間 $[n_{j1}, n_{j2}+1)$ 内の実数値をとり、

$$u_{i,j}^{k+1} = \lfloor x_{i,j}^{k+1} \rfloor \tag{8}$$

を $k+1$ イテレーション目における設計変数の第 j 成分とする。ただし $\lfloor \cdot \rfloor$ は床関数である。

本手法では、PSO のプログラムをほぼそのまま用いることができる。

3.3．多目的問題における PSO

Coello らが提案した MOPSO について取りあげる。同手法では式(4)の $\boldsymbol{gbest}$ を次の手順によって選択する。

1. 得られた解が非劣解である場合には、リポジトリ(保存領域)に追加する。
2. 目的関数空間を、あらかじめ決められた数のハイパーキューブに分割する。
3. ひとつのハイパーキューブをランダムに選択する。選択の際に、各ハイパーキューブの重みをその領域内に含まれる非劣解の個数の逆数とする。
4. 選択されたハイパーキューブ内の非劣解をランダムにひとつ選び、それを $\boldsymbol{gbest}$ とする。

以上の操作によって、解の多様性の維持が期待できる。

本研究では、本手法に DPSO を適用し、多目的組合せ最適化問題の解の探索を試みる。

4. 問題の設定

4.1．対象とするグループ編成

近畿職業能力開発大学校において実際に行われた以下に示すグループ編成問題を取りあげ、探索を行った。18 名の学生を 5 グループ A～E に割り当てる。各グループの定員は表 1 のとおりである。各グループについて学生に配属希望調査を行ったところ、図 2 に示す結果を得た。表 2 に一部の科目について集計した学生の欠席時間の分

表 1　グループの定員数

グループ	A	B	C	D	E
定員	4	4	3	3	4

表 2　欠席時間の分布

欠席時間(時間)	人数
0 – 4	8
4 – 8	2
8 – 12	1
12 – 16	2
16 – 20	4
20 – 24	1

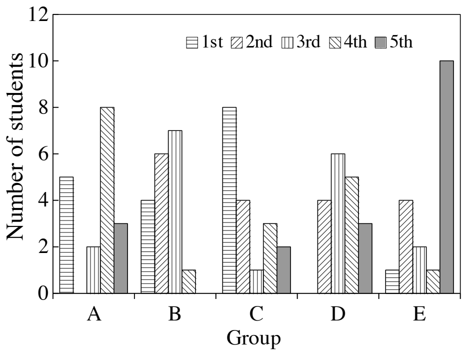


図 2　グループ配属の希望順位

布を示す。

なるべく希望順位が上位となるグループへ配属されるようにし、かつ、グループ間で学生の欠席時間にできるだけ較差が生じないような組合せを求めるものとする。

4.2. 設計変数

設計変数の次元数を 14 とし、それぞれはグループ A～D に配属される 14 名の学生の番号を表すものとする。設計変数に番号が選択されない学生は、グループ E に配属されることとする。なお、同じ番号が重複して選択されることがないように、遺伝的アルゴリズムで用いられることがある順序表現を採用する。

4.3. 目的関数

目的関数として以下に示す F_1, F_2 を設定した。

$$F_1 = \sum_i p_i^2 \tag{9}$$

$$F_2 = \max_{G \in X} \sum_{i \in G} \frac{r_i^2}{n_G} \tag{10}$$

ここで、p_i は学生 i に割り当てられたグループに対する当人の希望順位、r_i は学生 i の欠席時間、n_G はグループ G の定員、X は全グループの集合である。

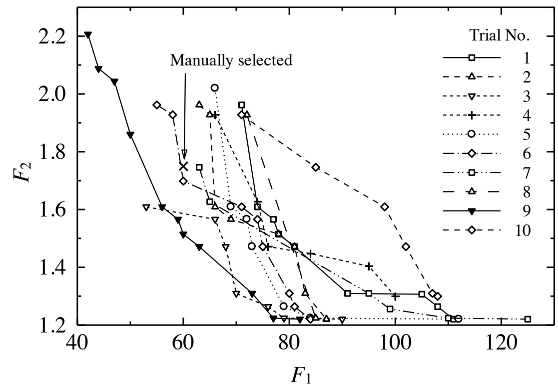


図 3　全試行で得られたパレート最適解

F_1 が小さいほど学生の希望を満たしており、F_2 が小さいほどグループ間での学生の欠席時間の較差が小さいことを示している。

4.4. 計算方法

パラメータについては、$w = 0.4$、$c_1 = 1.0$、$c_2 = 1.0$、粒子数 40、ハイパーキューブ数 36 とした。これらは参考文献[7]で推奨されている値である。探索は 50000 イテレーション目まで行い、試行を 10 回繰り返す。

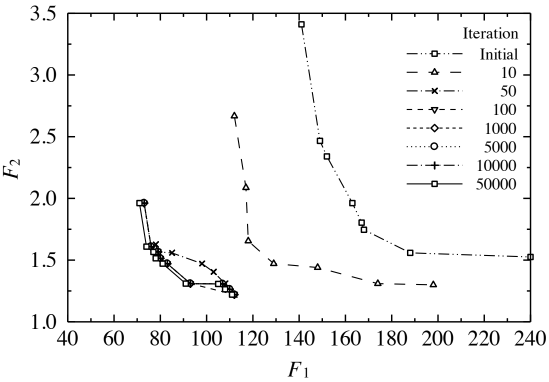
5. 計算結果

10 回の試行それぞれにおいて最終的に得られたパレート最適解を図 3 に示す。左下に位置する点ほどより条件を満たしている。試行によって成績に差が生じていることが認められる。図中、×で示される点は、手作業によって実際に決定された編成に対しての目的関数を表す。多目的 DPSO の全試行と比較すると、さほど悪くない成績が得られたと考えられる。ただし手作業においては、直感的に条件を満足させる配属の組合せをなかなか見出すことができず、日を改めて再検討するなどかなりの手間を要している。

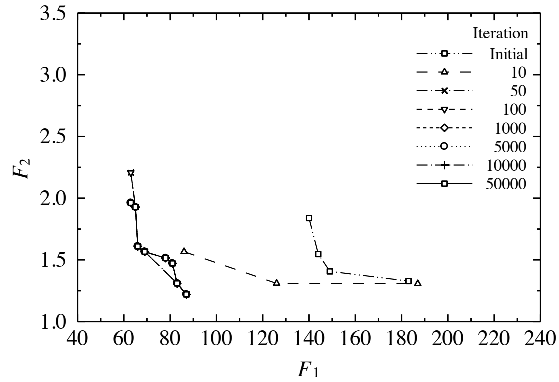
各試行におけるパレートフロントの推移を図 4、図 5 に示す。試行 No.5, 8 を除いて、いずれもイテレーションが 50～100 回目以降は、計算が打ち切られた 50000 回目までパレートフロントの進展はほぼ認められない。したがって、イテレーションの回数が多い試行を 1 度行うよりは、100 回程度の試行を何度か繰り返す方が、効率的な探索を行えると考えられる。

6. まとめ

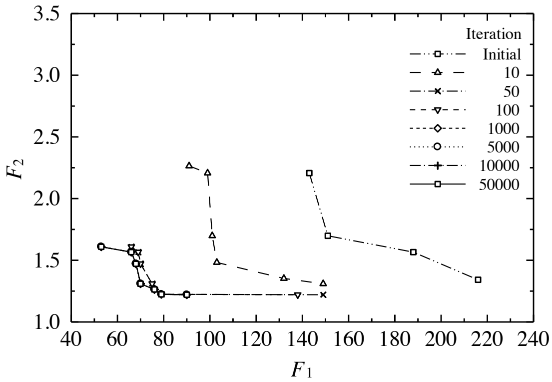
本研究では、2 目的関数を有するグループ編成問題を扱った。連続値の設計変数を対象とする MOPSO に、離散変数を適用させて探索を行った。その結果、以下の知見を得た。



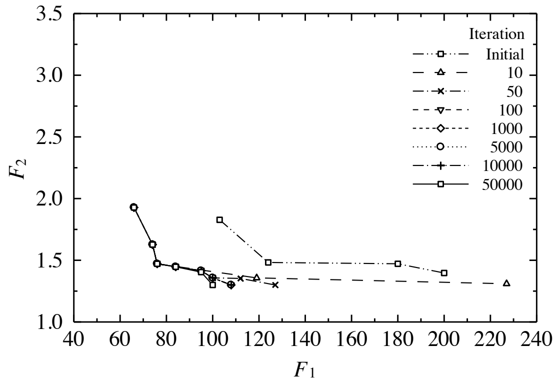
(a) 試行 No.1



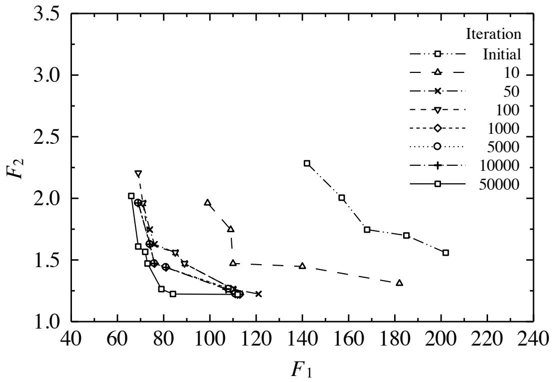
(b) 試行 No.2



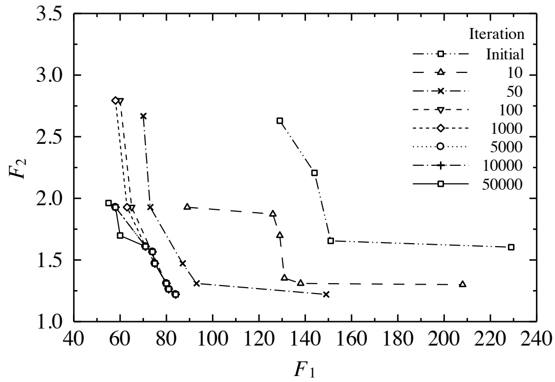
(c) 試行 No.3



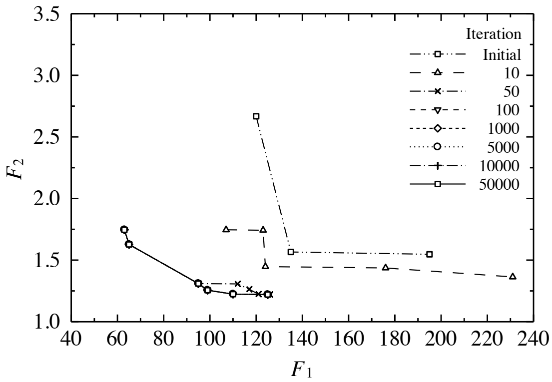
(d) 試行 No.4



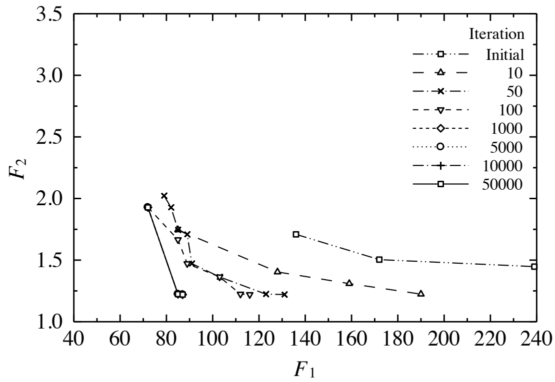
(e) 試行 No.5



(f) 試行 No.6

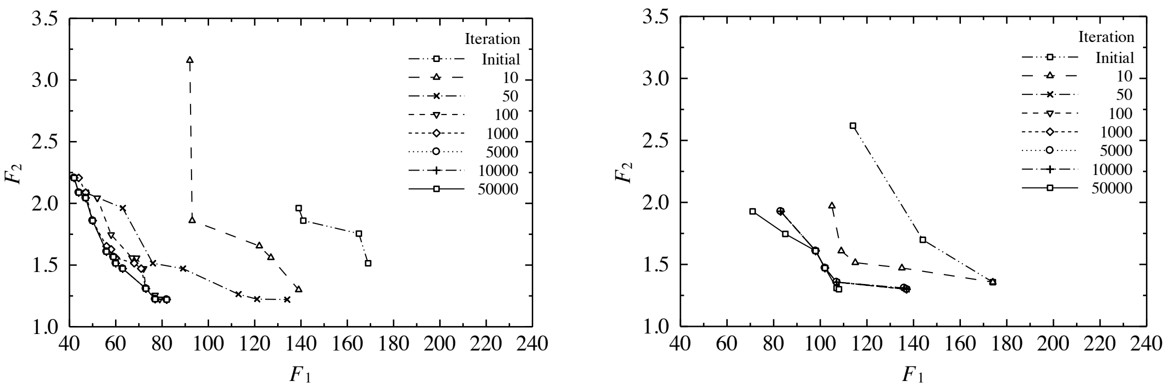


(g) 試行 No.7



(h) 試行 No.8

図 4　パレートフロントの推移 (試行 No.1〜8)



(a) 試行 No.9　　(b) 試行 No.10

図 5　パレートフロントの推移 (試行 No.9, 10)

1. 2 目的関数を有する本問題の探索を行ったところ、多様性を有するパレート最適解を得ることができた。ただし、試行によってパレート最適解の成績にかなりの差を生じた。
2. 各試行において、イテレーションが 50〜100 回程度以降のパレートフロントの進展はほぼ認められなかった。50000 回目までの試行から判断すると、イテレーションの回数は 100 程度でほぼ十分であると思われる。
3. 今回手作業で得られた解は、計算によって得られた解と比較して、目的関数の値はそれほど劣ってはいなかった。ただし、得られるまでには相当な手間を要している。問題の規模(学生数)がさらに大きくなった場合は、本手法の優位性は明らかであるといえる。

グループ編成に本手法を用いることにより、学生に公平性を示すことができることもメリットになると考えられる。ただし多目的 DPSO を適用するにあたり、目的関数をどのように設定するかということが、運用上の問題となり得る。また、試行によって成績に差が生じる点を解決していくことが今後の課題である。

参考文献

1. J. Kennedy, and R. C. Eberhart: Proc. of IEEE Int'l Conf. on Neural Networks, Piscataway, NJ, pp.1942-1948 (1995).
2. J. Kennedy, and R. C. Eberhart: Proc. of the Sixth Int'l Symp. on Micro Machine and Human Science (MHS'95), Nagoya, Japan, Piscataway, NJ, pp.39-43 (1995).
3. Y. Shi, and R. C. Eberhart: Proc. of IEEE Int'l Conf. on Evolutionary Computation, Anchorage, Alaska, Piscataway, NJ, pp.69-73 (1998).
4. R. C. Eberhart, and Y. Shi: Proc. Congress on Evolutionary Computation 2001 IEEE Service Center, Seoul, Korea, Piscataway, NJ, pp.81-86 (2001).
5. J. Kennedy, R. C. Eberhart: Proc. of the 1997 Conf. on System, Man, and Cybernetics, pp.4104-4109 (1997).
6. X. Hu, and R. Eberhart: IEEE Proc. World Congress on Computational Intelligece, pp.1677-1681 (2002).
7. C. A. C. Coello, and M. S. Lechuga: Congress on Evolutionary Computation (CEC’2002), Vol. 2, Piscataway, New Jersey, May 2002, IEEE Service Center, pp.1051-1056 (2002).
8. S. Mostaghim, and J. Teich: Proc. of 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium, pp.26-33 (2003).
9. L. Cagnina, and S. Esquivel: JCS&T, Vol. 5, No. 4, pp.204-210 (2005).
10. M. Reyes-Sierra, and C. A. C. Coello: Int'l Journal of Computational Intelligence Research, Vol. 2, pp.287-308 (2006).
11. P. Ngatchou, Z. Anahita, and M. A. El-Sharkawi: IEEE Proc. of the 13th Int'l Conf. on applications and resources, Intelligent Systems Application to Power Systems, pp.84-91 (2005).

（原稿受付 2015/1/16、受理 2015/3/5）

*印南信男，
近畿職業能力開発大学校，〒596-0103　大阪府岸和田市稲葉町 1778　email:Innami.Michio@jeed.or.jp
Michio Innami, Kinki Polytechnic College, 1778 Inabacho Kishiwada, Osaka 596-010